

# 材料物性工学演習 3 (量子力学) 試験問題-2001 後期-

[I] 平面内で円運動する水素原子の模型に対して、Bohr-Sommerfeld の量子化条件を用いてエネルギー準位を求めよ。

[II] 二次元平面内の箱の中に閉じ込められた自由粒子について、以下に答えよ。

- (1) エネルギー準位を求めよ。
- (2) その固有関数を求めよ。
- (3)  $\langle p_x^2 \rangle$  を求めよ。

[III] エルミート演算子  $A$  の期待値

$$\langle A \rangle = \int \Psi^*(\mathbf{r}) A \Psi(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (1)$$

が実数となるための条件はなにか。

[IV] 図の左よりエネルギー  $E$  の平面波  $\exp(k_0 x)$  が入射して定常状態になったときの反射確率、透下確率を求めよ。ただし、 $E > V_0$  とせよ。

[V] 不確定関係を例え話で表現せよ。

## 材料物性工学演習 3 (量子力学) 演習問題の例-2001 後期-

[I] Bohr-Sommerfeld の量子化条件を用いてエネルギー準位を求めよ。

- (1) 無限に高い壁を持つ一次元井戸型ポテンシャル
- (2) 一次元調和振動子 (ポテンシャル  $V(q) = \frac{\omega^2}{2} q^2$ )
- (3) 平面内で円運動する水素原子の模型。
- (4) 四次のポテンシャルの場合 ( $V(q) = \frac{1}{2} q^4$ )
- (5)  $V(q) = \alpha q^{2\ell}$  ( $\alpha > 0, \ell$  は正の整数)

[II] 波動関数  $\Psi$  が方程式  $i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = H \Psi$  に従うとする。

(1) 次式を満たすことを示せ。

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \nabla \cdot J = 0 \quad (2)$$

ここで、 $P(r, t) = |\Psi(r, t)|^2$ ,  $J(r, t) = \frac{\hbar}{im} \text{Re}(\Psi^* \nabla \Psi)$ 。

(2)  $P, J$  の物理的意味を考察せよ。

[III] ある物理量  $F$  の期待値  $\langle F \rangle$

$$\langle F \rangle = \int \Psi^*(\mathbf{r}) F \Psi(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (3)$$

とする。  $\Psi$  はシュレディンガー方程式に従う波動関数。

(1) 次式を示せ。

$$\frac{d}{dt} \langle F \rangle = \langle \frac{\partial F}{\partial t} \rangle + \frac{1}{i\hbar} \langle [F, H] \rangle \quad (4)$$

ただし、 $[F, H] = FH - HF$  とする。

(2) とくに、 $H = \frac{p^2}{2m} + V(r)$  のとき次の量を計算せよ。

$$\frac{d}{dt} \langle r \rangle, \frac{d}{dt} \langle p \rangle \quad (5)$$

[IV]