

7. 関数

7.1 初等関数

まず、高校レベルの初等関数（数学 II）の復習をした。特に、冪関数、指数関数、対数関数、三角関数と、それらのグラフ。また、関数の連続性や逆関数の概念への言及。

関数により無限大の質の違いを確認。冪関数や指数関数の比較をし、対数グラフなどの有用性を理解する。図略

例として、宇宙から原子までの物の大きさや時間スケールの違いを認識。図略。対数を使うということは、座標軸のスケールを変えてオーダーの異なるもの全体を眺めること。

課題「数学 II の関数のところを十分読み返すこと。」

7.2 身近に使われている初等関数

冪関数：代謝量と大きさの関係として最も良く知られているのはネズミ - ゾウ曲線であろう。生物個体におけるある 2 つの部分 x と y の相対的な大きさの比較を

$$y = ax^b \quad (1)$$

というアロメトリー式で記述する方法。微生物から最大の哺乳類までの広い体重範囲でそれぞれの動物群の指数 b は $3/4$ と等しいが、比例係数 a は異なっている。

指数関数：ゾウリムシの増大曲線。ネズミ講、マルチ商法、不幸の手紙も増大。減少していくものは、年代測定など。（理科年表参照。環境問題。）

対数関数 1: 外的刺激と人間の感覚（5 感）に関する関係は、比例関係ではなく対数的関係がみられる傾向がある。たとえば、「光と視る」（光の物理）、「音と聴く」（音の物理）、「圧力と皮膚感覚（痛さ）」など。つまり音の単位、デシベルも常用対数を使い定義されているし、星の明るさを示す等級も対数を用いる。

対数関数 2: 刺激の対数的感覚を精神物理学では、ヴェーバー フェヒナーの法則という。刺激量の強度 R が変化する時、これに対応する心理的な感覚量 E は刺激の強度ではなく、その対数に比例して知覚される。

$$E = \text{定数} \log R$$

となる。1 の刺激が 1 増加して 2 になる感覚と、2 の刺激が 2 増加して 4 になる感覚は等しい。

参考：人が居住する世界一寒い場所、オイミヤコン村、1-2月になるとマイナス 50 度以下は当たり前、過去には -71 度寒さを記録。 -60 度以下が冬、 -50 度は春を感じるという。人間の感覚が相対的であることをあらわす。これも生命のもつ「やわらかさ」や「可塑性」を示す簡単な例だ。

対数関数 3: 地震は断層の破壊現象であり、その起こり方は複雑である。一つ一つの地震の確かな発生予測は不可能だが、その集団をとってみると単純な規則も存在する。有名なものが、グーテンベルグ-リヒター (Gutenberg-Richter) 則 (GR 則) として知られる経験式である。 $n(M)$ をマグニチュード M 以上の地震の累積数とすると、

$$\log n(M) = a - bM, \quad (2)$$

ここで、 a, b は正の定数である。書き換えると、 $n(M) = c \exp(-bM)$ となり、大きな地震の数の減り方は指数法則に従う。また、マグニチュードが 1 だけ大きな地震は $1/10$ の数しか起らない事をしめしている。また、そのマグニチュード M と地下のプレートに蓄えられ、地震により放出される弾性エネルギー E との関係は、

$$\log E = 1.5M + 11.8 \quad (3)$$

である。 \log は 10 を底とする常用対数であり、マグニチュード M が 1 増すということは、地震のエネルギーは約 30 倍になることがわかる。 ちなみに、波のエネルギー E はその振幅の 2 乗と振動数の 2 乗に比例する。

三角関数：振り子などで三角関数多くの関数を分解して表せる。螺旋、天体の運動、、、ベクトルとの類似性。

参考文献

- [1] 上野 健爾 「数学フィールドワーク 調べてみよう、考えてみよう」 (日本評論社 2008).
- [2] milsil 3(2010), p6- 特集「寿命」.
- [3] ロバート・O. ベッカー 「クロス・カレント 電磁波・複合被曝の恐怖」 (新森書房 1993).