

## 6. 正多角形と正多面体

### 6.1 正多角形

平面を覆うことのできる正多角形は正三角形、正方形、正六角形のみである。その例をあげていく。これを証明した。

丸や球の意味を考える。(のちに微分・積分でも考察する。)

正多角形(正  $m$  角形)の性質(内角の和、外角の和)の復習。正  $5/2$  角形の作図法。自然界における星型の例。

正  $m/n$  角形への一般化。あたかも、整数  $\rightarrow$  有理数、と数の概念の拡張と同じ。

正六角形を考える。「雪の結晶」「サッカーゴールネット」「ハチの巣」「複眼」「6方晶」、、、。これらをもとに、自然界に多くみられる、正六角形(ハニカム)構造の意味を考察する。

「結晶」「準結晶」「ペンローズのタイル張り」の紹介。

和算の算額における図形問題の紹介。

### 6.2 正多面体

正多面体は面となる正多角形が、「正三角形、正四角形、正五角形」の場合しか存在しない。また、正多面体は、「正4面体、正6面体、正8面体、正12面体、正20面体」しか存在しない。

「正12面体、正20面体」を展開図から工作して、頂点数、辺の個数、面の個数を数え、規則を見つける。

オイラーの多面体定理「多面体の頂点数  $V$ 、辺の個数を  $E$ 、面の個数を  $F$  とするとき、次式が成立する」(正多面体である必要はない。)

$$V - E + F = 2. \quad (1)$$

これを利用すると正多面体が「正三角形、正四角形、正五角形」の場合しか存在しないことを証明できる。

オイラーの多面体定理の応用として、サッカーボールで正五角形が12個と正六角形が20個で構成されることも証明できる。

$C_{60}$  などサッカーボール型の物質の考察。

### 5.3 その他（後期）

ミウラ折とその応用。  
メビウスの帯と物質

### 参考文献

- [1] 図形の本
- [2] 佐藤修一「自然にひそむ数学」(講談社 1998).
- [3] 「黄金比  $\phi$  の謎」Newton 2010 年 6 月号、p76-91.
- [4] クリフォード・A・ピックオーバー「メビウスの帯」(日経 BP 社 2007).
- [5] Thomas Hull「折り紙の数理と科学」(森北出版株式会社 2005).